

**RECENZJA ROZPRAWY HABILITACYJNEJ PT.
„ENTROPIA SEGALA STANU KWANTOWEGO NA PÓLSKOŃCZONEJ
ALGEBRZE VON NEUMANNA I JEJ ZASTOSOWANIE W
ZAGADNIENIACH TEORII POMIARU KWANTOWEGO”
ORAZ DOROBKU NAUKOWEGO DR HANNY PODSĘDKOWSKIEJ**

Niniejszą recenzję opracowano na zlecenie przewodniczącej komisji Uniwersytetu Łódzkiego do spraw stopni naukowych w dyscyplinie matematyka dr hab. Grażyny Horbaczewskiej, prof. UŁ. z dnia 8 lutego, 2024 roku.

1. ŻYCIORYS NAUKOWY KANDYDATA

Dr Hanna Podsędkowska ukończyła studia matematyczne w Instytucie Matematyki na Wydziale Matematyki Fizyki i Chemii Uniwersytetu Łódzkiego w roku 1993 uzyskując dyplom z wyróżnieniem i broniąc pracę magisterską pt. „Teoria pomiaru kwantowego” pod opieką prof. dr. hab. Andrzeja Łuczaka. Osiem lat później uzyskała – także na wydziale Wydziale Matematyki Uniwersytetu Łódzkiego – stopień doktora nauk matematycznych na podstawie rozprawy „Matematyczne zagadnienia teorii pomiaru kwantowego” również napisanej pod opieką prof. dr. hab. Andrzeja Łuczaka.

Już podczas pracy nad doktoratem dr Podsędkowska została zatrudniona na stanowisku Asystenta w Katedrze Teorii Rachunku Prawdopodobieństwa i Statystyki na Wydziale Matematyki i Informatyki UŁ, gdzie w 2001 r. awansowała na piastowane do dzisiaj stanowisko adiunkta, a w latach 2017–2019 była starszym wykładowcą. Dodatkowo w 2023 roku dr Podsędkowska odbyła staż naukowy na Czeskim Uniwersytecie Technicznym w Pradze.

2. DOROBEK NAUKOWY

2.1. Prace składające się na rozprawę habilitacyjną.

2.1.1. *Properties of Segal's entropy for quantum systems.*

Praca poświęcona jest rozszerzeniu znanych własności entropii Segala dla kanonicznego śladu na $B(\mathcal{H})$ na przypadek stanów normalnych na półskończonej algebrze von Neumanna N z wyróżnionym wiernym półskończonym śladem τ . W tym przypadku macierz gęstości stanu ρ jest zastąpiona niekoniecznie ograniczonym elementem h_ρ stowarzyszonym z N . Głównymi wynikami pracy są twierdzenia dotyczące zachowania entropii przy przekształceniu stanu dodatnim normalnym odwzorowaniem $\alpha: N \rightarrow N$ zachowującym τ oraz dowodzące półciągłości entropii na zbiorach stanów (i funkcyjałów dodatnich), których uogólniona macierz gęstości jest ograniczona.

Według bazy danych MathSciNet, praca ma na chwilę obecną dwa cytowania.

2.1.2. *Entropy of Quantum Measurement.*

Głównym pojęciem omawianym w tej pracy jest entropia dodatniego funkcyjału normalnego na – tym razem – skończonej algebrze von Neumanna z wybranym wiernym funkcyjałem śladowym oraz entropia pomiaru kwantowego. Autorka bada nierówności pomiędzy entropiami funkcyjałów, których „macierze gęstości” są ograniczone (należą do algebry), otrzymując w szczególności subaddytywność entropii oraz warunki gwarantujące jej addytywność. Następnie pokazuje związki pomiędzy pojęciami *powtarzalnego pomiaru* i *słabo powtarzalnego pomiaru* a pewnymi nierównościami na entropię stanu układu po dokonaniu pomiaru.

Według bazy danych MathSciNet, praca ma na chwilę obecną trzy cytowania.

2.1.3. *Strong subadditivity of quantum mechanical entropy for semi-finite von Neumann algebras.*

W pracy tej badana jest entropia stanów na iloczynach tensorowych półskończonych algebr von Neumanna. Najważniejszymi wynikami są twierdzenia o silnej subaddytywności entropii i wklęsłości funkcji $\rho_{12} \mapsto S(\rho_{12}) - S(\rho_2)$, gdzie ρ_{12} jest funkcyjałem dodatnim na iloczynie tensorowym algebr von Neumanna, a $\rho_2(x) = \rho_{12}(\mathbb{1} \otimes x)$. Udowodnione są też inne ważne nierówności, w tym ogólna wersja tzw. nierówności Araki'ego-Lieba.

Baza danych MathSciNet nie odnotowuje na chwilę obecną żadnych cytowań tej pracy.

2.1.4. *Maximum Entropy Models for Quantum Systems.*

W pracy tej udowodniono, że jeśli M jest skończoną algebrą von Neumanna z wyróżnionym wiernym stanem śladowym τ i $h \in M$ jest samosprzężony, to wśród stanów ρ takich, że $\rho(h)$ jest ustaloną wartością E , maksymalną entropię ma stan Gibbsa, tj. stan o macierzy gęstości $\frac{e^{\beta h}}{\tau(e^{\beta h})}$ (dla odpowiednio dobranego β) i jest to jedyny stan maksymalizujący entropię. Jest to rezultat analogiczny do standardowych wyników dla $B(H)$ z kanonicznym śladem.

W chwili obecnej praca ta nie ma żadnych cytowań odnotowanych w bazie danych MathSciNet.

2.1.5. *Holevo type bounds for general quantum system.*

W pracy dokonano na kilka sposobów przetłumaczenia twierdzenia Holewo podającego górne ograniczenie na tzw. informację dostępną z przypadku standardowego śladu na $B(H)$ na przypadek dowolnej skończonej algebry von Neumanna z wiernym funkcyjałem śladowym.

Baza danych MathSciNet nie odnotowuje na chwilę obecną żadnych cytowań tej pracy.

2.2. Inne prace.

Wykaz opublikowanych prac dołączony do autoreferatu wymienia 11 prac autorstwa habilitantki, które nie weszły w skład habilitacji:

- (1) H. PODSĘDKOWSKA: A linear theory of instruments on von Neumann algebras. *Journal of Mathematical Sciences* **106**(1) (2001), 2742–2746.
- (2) H. PODSĘDKOWSKA: Correlations in a general theory of quantum measurement *Open Systems & Information Dynamics* **14**(04) (2007), 445–458.
- (3) K. LUBNAUER, A. ŁUCZAK, H. PODSĘDKOWSKA: Weak sufficiency of quantum statistics *Reports on Mathematical Physics* **60**(3) (2007), 367–380.
- (4) K. LUBNAUER, A. ŁUCZAK, H. PODSĘDKOWSKA: Weakly sufficient quantum statistics. *Mathematica Slovaca* **61**(6) (2011), 959–978.
- (5) K. LUBNAUER, H. PODSĘDKOWSKA: State determination and sufficiency of observables. *International Journal of Theoretical Physics* **53**(10) (2013), 3262–3272.
- (6) A. ŁUCZAK, H. PODSĘDKOWSKA: Lüders instruments, generalised Lüders theorem, and some aspects of sufficiency. *International Journal of Theoretical Physics* **54**(12) (2015), 4283–4292.
- (7) K. LUBNAUER, A. ŁUCZAK, H. PODSĘDKOWSKA: Generalised Lüders operation for normal states on a von Neumann algebra. *Fixed Point Theory* **19**(1) (2018), 301–320.
- (8) K. LUBNAUER, H. PODSĘDKOWSKA: Cloning and entropy in von Neumann algebras. *Bulletin de la Société des sciences et des lettres de Łódź, Série: Recherches sur les déformations* 2015.
- (9) R. WIECZOREK, H. PODSĘDKOWSKA: Entropic upper bound for Bayes risk in the quantum case. *Probability and Mathematical Statistics* **38**(2) (2018), 429–440.
- (10) A. ŁUCZAK, H. PODSĘDKOWSKA, R. WIECZOREK: Relative and quasi-entropies in semifinite von Neumann algebras. *Reviews in Mathematical Physics* **35**(02) (2023).
- (11) Ł. ANDRZEJ, H. PODSĘDKOWSKA: Mappings preserving Segal’s entropy in von Neumann algebras. *Annales Academiae Scientiarum Fennicae. Mathematica.* **44**(2) (2019).

Według bazy danych MathSciNet prace nr 2 i 3 mają na chwilę obecną po jednym cytowaniu. Jak widać już z lektury tytułów, właściwie wszystkie te prace mają mniej lub bardziej ścisły związek z tematyką osiągnięcia habilitacyjnego.

2.3. Cytowania i ogólna ocena publikacji.

Baza danych MathSciNet jest najbardziej miarodajnym źródłem informacji bibliometrycznej w dyscyplinie matematyka. Zgodnie z powyższym wykazem, w czasie tworzenia niniejszej recenzji, podaje ona siedem cytowań prac dr Podsędkowskiej. Dla porządku dodajmy, że baza WebOfScience dostarcza informacji o szesnastu cytowaniach, z których trzy pochodzą z prac innych autorów. Oznacza to, że dokonania habilitantki nie są szeroko znane w środowisku matematyków i fizyków matematycznych. Fakt ten nie jest w żadnym razie dyskwalifikujący, jednak świadczy o tym, że prace dr Podsędkowskiej mogły nie zostać wystarczająco „rozreklamowane”. Być może pewną rolę odgrywa w tym fakt, że czasopisma, w których prace te były publikowane nie należą do najbardziej wpływowych.

Algebraiczne podejście do teorii kwantów (zarówno mechaniki kwantowej jak i teorii pola) jest ostatnio znów bardzo wziętym tematem badań i wielu prominentnych fizyków matematycznych szeroko ogłasza, że algebry von Neumanna wróciły do łask i teoria ta ma szansę odegrać ważną rolę w interakcjach pomiędzy mechaniką kwantową, a np. teorią strun.

Jest moją opinią, że dokonania dr Podsędkowskiej są ciekawe, nietrywialne matematycznie i potencjalnie bardzo przydatne w rozwoju dyscypliny, choć na razie nie widać ich szczególnego wpływu na rozwój matematyki czy też fizyki matematycznej.

2.4. Inne osiągnięcia.

Dr Hanna Podsędkowska wygłaszała referaty na kilkunastu międzynarodowych konferencjach i seminariach, a w 2018 roku zorganizowała konferencję “Quantum Statistics and Related Topics”.

Ponadto habilitantka uczestniczyła w realizacji dwóch projektów badawczych NCN – w jednym jako wykonawca, a w drugim jako główny wykonawca.

W ramach pracy popularyzatorskiej uczestniczyła też wielokrotnie w organizacji konkursu matematycznego „Matematyka Moja Pasja” oraz Festiwalu Nauki Techniki i Sztuki na Wydziale Matematyki i Informatyki UŁ. Prowadziła też warsztaty i wykłady popularnonaukowe dla uczniów.

Należy też wspomnieć, że dr Podsędkowska prowadzi wiele zajęć dydaktycznych na UŁ i opiekowała się jedenastoma pracami licencjackimi oraz czterema pracami magisterskimi.

W toku swojej kariery habilitantka otrzymała dwie Nagrody Rektora UŁ, złotą odznakę UŁ i Brązowy Medal za długoletnią służbę.

3. AUTOREFERAT

Autoreferat dr Podsędkowskiej jest skonstruowany bardzo przejrzysto. Główną jego częścią jest zwięzłe przedstawienie treści publikacji składających się na osiągnięcie habilitacyjne. Oprócz tego zawiera on informacje o przebiegu kariery naukowej habilitantki oraz o jej osiągnięciach na tym polu i opis zawartości prac nie wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego.

Wspomniane wyżej streszczenia prac habilitantki są napisane bardzo dobrze, z zachowaniem równowagi pomiędzy poglądowym charakterem autoreferatu, a szczegółowymi rozważaniami z opisywanych publikacji. Także strona redakcyjna i językowa autoreferatu jest praktycznie bez zarzutu.

4. PODSUMOWANE

Osiągnięcie habilitacyjne dr Podsędkowskiej stanowi zwieńczenie długofalowego projektu naukowego, którego celem było uogólnienie wyników dotyczących entropii von Neumanna na przypadek dowolnej półskończonej algebry von Neumanna. Jest to dzieło stosunkowo ambitne i – co ważniejsze – w znacznej mierze wykonane. Pozostałe osiągnięcia naukowe i organizacyjne są na satysfakcjonującym poziomie z następującym wyjątkiem: aktywność habilitantki w zdobywaniu grantów jest raczej niewielka. Jest to z pewnością coś, co warto będzie poprawić w przyszłości.

W mojej opinii zespół prac przedstawionych jako osiągnięcie habilitacyjne jest na całkiem dobrym poziomie i dorobek naukowy, dydaktyczny i organizacyjny dr Podsędkowskiej spełnia warunki niezbędne do uzyskania stopnia doktora habilitowanego.



Piotr Miłkołaj Sołtan