Yaroslav Petrukhin

Uniwersytet Łódzki

Wydział Filozoficzno-Historyczny, Instytut Filozofii

Katedra Logiki i Metodologii Nauk

Szkoła Doktorska Nauk Humanistycznych

Streszczenie rozprawy doktorskiej w języku polskim

Tytuł rozprawy doktorskiej (po angielsku):

Proof systems for some many-valued and modal logics

Tytuł rozprawy doktorskiej (po polsku):

Systemy dowodowe dla wybranych wielowartościowych i modalnych logik

Celem tej pracy jest zbadanie systemów dowodowych dla różnych logik modalnych, wielowartościowych i ich kombinacji. Rozważamy dwa rodzaje systemów dowodowych: rachunki sekwentowe (i ich uogólnienia: rachunki hipersekwentowe oraz zagnieżdżone) i systemy dedukcji naturalnej. Rachunki sekwentowe są znane jako dobre narzędzie teoretyczne do badań nad dowodami; wyraźnie reprezentują strukturę dowodów i pozwalają na rozróżnienie między regułami logicznymi i strukturalnymi w celu odróżnienia właściwości spójników logicznych i właściwości relacji konsekwencji. Zaletą systemów dedukcji naturalnej jest ich podobieństwo do procesu naturalnego ludzkiego rozumowania.

Jednym z centralnych wyników teorii dowodów jest twierdzenie o eliminacji cięcia, lub twierdzenie dopuszczalności cięcia. Twierdzenie o eliminacji cięcia mówi, że jeśli w rachunke sekwentowym z regułą cięcia jako regułą prymitywną jesteśmy w stanie udowodnić jakiś sekwent, to jesteśmy w stanie udowodnić ten sam sekwent w wersji tego rachunku bez reguły cięcia. Twierdzenie dopuszczalności cięcia mówi, że jeśli w rachunku sekwentowym bez reguły cięcia mamy dowody przesłanek dla dowolnego zastosowania reguły cięcia, to bez użycia samej reguły cięcia możemy uzyskać jej wniosek. W konsekwencji twierdzenia o eliminacji / dopuszczalności cięcia, często możliwe jest osiągnięcie właściwości podformuł (lub niektórych jej form ograniczonych), interpolacji, rozstrzygalności i innych ważnych wyników.

W przypadku systemów dedukcji naturalnej, istnieje analogiczny rezultat do twierdzenia o eliminacji / dopuszczalności cięcia: twierdzenie o normalizacji dowodu. Mówi, że w dowodzie nie ma maksymalnych formuł (formuł, które są wnioskami reguł wprowadzenia i głównymi przesłankami reguł eliminacji) i bez maksymalnych segmentów (tj. sekwencji maksymalnych formuł). W naszym przypadku zastosujemy nieco inną formę normalizacji, ponieważ mamy do czynienia z uogólnionymi regułami eliminacji i wprowadzania (takie reguły lepiej pasują do naszych celów), więc dla nas maksymalna formuła jest tą, która jest główną przesłanką ogólnej reguły eliminacji oraz głównym założeniem ogólnej zasady wprowadzania. Twierdzenie o normalizacji dowodu pomaga ustalić właściwość podformuł.

W obrębie rozprawy staramy się zapewnić dla dowolnej rozważanej logiki zarówno rachunek sekwentowy (lub raczej, hypersekwentowy lub zagnieżdżony) i system dedukcji naturalnej. Udowadniamy, że twierdzenie o dopuszczalności cięcia zachodzi dla wszystkich rozważanych rachunków sekwentowych, stosując dwie metody: semantyczną (jako konsekwencję twierdzenia o pełności udowodnionego z pomocą argumentu w stylu Hintikki) i konstruktywną syntaktyczną. Twierdzenie o normalizacji dowodu zostanie udowodnione metodą konstrukcyjną. W konsekwencji ustalamy właściwość podformuł.

Jak już powiedzieliśmy, badamy dwie różne klasy logik nieklasycznych: logiki modalne i wielowartościowe, w tym ich kombinacje, logiki modalne wielowartościowe, oraz ich algebraiczne uogólnienie, logikę wielokratową. Ogólnie rzecz biorąc, systemy logiczne można podzielić na dwie grupy: systemy tabularne i nietabularne. Pierwsze można scharakteryzować z pomocą skończonej ilości wartości semantycznych. Drugie wymagają nieskończenie wielowartościowych semantyk lub innych rodzajów: typu Kripkego, algebraicznej, topologicznej itp. Ponieważ logiki trój- i czterowartościowe są najbardziej popularnymi i godnymi uwagi przedstawicielami logiki skończonej, będziemy skupiać naszą uwagę na nich. Istnieje wiele różnych rodzajów logik nietabularnych: modalna, intuicjonistyczna, liniowa, czasowa, epistemiczna, doksastyczna, dynamyczna, relewantna, rozmyta itp. Ponieważ większość z nich posiada semantykę Kripkego, która została pierwotnie opracowana dla logiki modalnej, uważamy, że rozsądne jest skupienie się na logice modalnej. Jeśli chodzi o logiki modalne wielowartościowe, są one mostem między tymi dwoma klasami logik. Dostarczamy rozmaitych teoretyczno-dowodowych rezultatów opisanych powyżej dla rozmaitych logik tego typu. W wielu przypadkach wymaga to wprowadzenia znaczących zmian do standardowych metod.