2024.02.12, Kraków

Piotr Łukowski
Pracownia Logiki
Instytut Filozofii
Uniwersytet Jagielloński w Krakowie

Recenzja rozprawy doktorskiej Yaroslava Petrukhina zatytułowanej "Proof systems for some many-valued and modal logics"

Rozprawa została napisana pod opieką naukową Profesora dr hab. Andrzeja Indrzejczaka w Katedrze Logiki i Metodologii Nauk Uniwersytetu Łódzkiego. Jest to obszerna praca licząca 163 gęsto zapisanych stron. Składa się z pięciu rozdziałów: wstępu, trzech rozdziałów stanowiących właściwą część rozprawy, zakończenia; oraz bibliografii. Tematem rozprawy jest analiza systemów dowodzenia dla wybranych logik. Rozważane są systemy dowodowe w postaci rachunków sekwentowych oraz systemy dedukcji naturalnej. Rozdział drugi (tj. pierwszy merytoryczny) rozwija teorię dowodu dla niektórych logik modalnych. W jego części poświęconej rachunkowi sekwentowemu rozważane są systemy, w których oprócz standardowych modalności występują modalności niestandardowe. Obecność tych dodatkowych modalności wymaga uogólnienia zwykłych rachunków sekwentowych typu S5 do ich postaci hipersekwentowej oraz zagnieżdżonych rachunków sekwentowych dla logik typu KX, gdzie $X \subseteq \{T, D, 4, B\}$ w celu uzyskania twierdzenia o eliminacji cięcia. W końcowej części rozdziału drugiego zostało przedstawione zastosowanie dedukcji naturalnej do logik typu S4 i S5. Spełnienie twierdzenia o normalizacji odgrywa tu rolę analogiczną do dopuszczalności cięcia z poprzedniej części. Rozdział trzeci zawiera wyniki badań Autora nad teorią dowodu dla logik trój- i czterowartościowych. Najpierw, za pomocą analizy korespondencji skonstruowana została klasa naturalnych dedukcyjnych systemów trójwartościowych. Systemy te spełniają twierdzenie o normalizacji. Mają one również własność podformuł z ich negacjami. Następnie systemy te są przekształcane w rachunki sekwentowe z, jak się okazuje, dopuszczalnością cięcia. Wreszcie, rachunki sekwentowe dla logik czterowartościowych są przekształcane w systemy dedukcji naturalnej spełniające twierdzenie o normalizacji i posiadające własność podformuł z ich negacjami. Rozdział czwarty dotyczy systemów powstałych z połączenia systemów należących do dwóch dziedzin logik nieklasycznych rozważanych w rozdziałach drugim i trzecim: logik modalnych i wielowartościowych. Tak więc, została rozwinięta teoria dowodu dla modalnych logik trój- i czterowartościowych oraz dla algebraicznego uogólnienia systemów czterowartościowych, tj.

modalnych logik wielokratowych. Rozdziały drugi, trzeci i czwarty stanowiące właściwą rozprawę poprzedzone są rozdziałem pierwszym mającym postać Wprowadzenia. Ten niezwykle zwięzły i precyzyjny tekst zawiera zarówno zarys najważniejszych zagadnień teorii dowodu, jak i streszczenie treści rozprawy. W obu przypadkach Autor zamieszcza liczne odwołania do najważniejszych światowych publikacji, jednocześnie precyzyjnie informując, które fragmenty rozprawy zostały już przez niego opublikowane, czy to w pracach jednoautorskich, czy współautorskich. Rozdział piąty będący Zakończeniem składa się z dwóch list. Pierwsza wymienia wyniki osiągnięte przez Autora w rozprawie, w tym nowe zastosowania istniejących struktur, własne konstrukcje Autora oraz nowo udowodnione przez niego twierdzenia. Druga lista przedstawia sugestie dotyczące możliwych kierunków badań jako kontynuacji osiągnięć wymienionych w pierwszej liście. Szczególnie pierwsza lista może być traktowana jako swego rodzaju pomoc dla recenzenta. W recenzji wystarczyłoby przytoczyć za Autorem wszystkie jego precyzyjnie wymienione osiągnięcia. O ile jednak Autorowi wypada zamieścić taki przewodnik po najważniejszych punktach swojej dysertacji, o tyle recenzentowi prawdopodobnie nie wypada korzystać z takiej pomocy. Dlatego recenzja nadal nie będzie powielać treści, które składają się na wnioski zawarte w Zakończeniu, a do których czytelnik sam łatwo może sięgnąć. Rozprawę zamyka bibliografia, składająca się z 203 pozycji. Wydaje się, że bibliografia wymienia wszystkie publikacje istotne dla tematów rozwijanych w rozprawie. Rzeczywiście, trudno jest wskazać jakiś szczególnie istotny brak w cytowaniach.

Szczegółowa analiza

Rozdział drugi "Systemy dowodowe dla wybranych logik modalnych" poświęcony jest systemom modalnym z koniecznością i możliwością oraz z modalnościami niestandardowymi. Nie chodzi więc o modalności takie jak temporalna, deontyczna czy epistemiczna. Analizowane tu modalności to: operatory nieprzypadkowości (non-contingency) i przypadkowości (contingence); istotowe (essential) i przypadłościowe (accidental) operatory prawdy; istotowe i przypadłościowe operatory fałszu; parakonsystentne i parazupełne negacje. Dla wszystkich tych operatorów przedstawiona jest krótka historia ich wprowadzenia i rozwijania, wzbogacona o liczne i precyzyjne odwołania do literatury przedmiotu. Autor przedstawia również aktualny stan badań nad systemami dedukcji naturalnej dla logik modalnych ze standardowymi modalnościami konieczności i możliwości. Ta opisowa prezentacja stanowi wprowadzenie do ściśle formalnych rozważań, które Autor rozpoczyna od przypomnienia podstawowych faktów dotyczących wielu modalnych systemów w stylu Hilberta i zwykłych rachunków sekwentowych: K, D, T, K4, D4, S4, K45, D45, KB, DB, TB, KB4, S5, K5, D5; nieprzypadkowych (także przypadkowych) wersji T, TB, S4, S5, K, K4, K5, K45, KB, GL, Grz; istotowo i przypadłościowo prawdziwych/fałszywych wersji logik modalnych S5, K, K4, KB, KB5; parakonsystentna logika Beziau Z (S5 z klasyczną negacją zastąpioną przez parakonsystentną) oraz Ż, parazupełny odpowiednik Z skonstruowany przez Autora; jak również pewne wariacje niektórych systemów już wymienionych. Jak już wspomniałem, rachunki sekwentowe typu S5 z niestandardowymi modalnościami rozważane w rozdziale drugim muszą zostać uogólnione na rachunki hipersekwentowe. Uogólnienie to zostało przeprowadzone dla rachunków z wszystkimi niestandardowymi modalnościami wymienionymi powyżej. Dla wprowadzonych w ten sposób rachunków hipersekwentowych udowodnione zostały: silne twierdzenie o pełności, a także konstruktywna eliminacja cięcia. Na koniec Autor szkicuje słabe istotowe operatory modalne prawdy oraz silne przypadłościowe operatory modalne prawdy, nakreślając tym samym możliwy kierunek dalszych badań. Rachunki sekwentowe słabsze niż S5 z niestandardowymi modalnościami wymagają dla eliminacji cięcia uogólnienia do rozgałęzionych rachunków hipersekwentowych (tree-hypersequent calculi), zwanych również sekwentami zagnieżdżonymi (nested sequents). W ten sposób Autor rozszerzył rachunek KX (dla X $\subseteq$ {T, D 4, B}) o wszystkie wspomniane niestandardowe modalności. Dla wszystkich tych rachunków udowodnił twierdzenie o pełności, a także konstruktywną dopuszczalność cięcia. Zamykające rozdział drugi, a zaproponowane przez Autora naturalno-dedukcjne podejście do logik z niestandardowymi modalnościami nie dostarcza tak spektakularnych wyników, jak w przypadku rachunków sekwentowych, bo też tematyka wydaje się w tym przypadku znacznie trudniejsza i mniej zbadana. Pewne standardowe transformacje logiki klasycznej w systemy modalne z niestandardowymi modalnościami nie przebiegają zgodnie z oczekiwaniami. Dlatego też Autor ograniczył się do osłabionych logik modalnych S4 i S5, tj. S4 i S5 z modalnościami negatywnymi: parakonsystentną i parazupełną. Wskazał również, na czym polega trudność w formułowaniu adekwatnych reguł dedukcji naturalnej dla wszystkich niestandardowych modalności z wyjątkiem parakonsystentnych i parazupełnych negacji. Pomimo tego przyjętego z konieczności samoograniczenia, ten paragraf jest być może jedną z najciekawszych części rozprawy. O stopniu trudności rozwiązywanych problemów świadczy pomysłowość w zastosowaniu istniejących konstrukcji (np. systemu dedukcji naturalnej Segerberga, intuicjonistycznych reguł Biermanna i de Paivy dla standardowych modalności) i ich błyskotliwe adaptacje, które nie zawsze są łatwe do przewidzenia dla czytelnika. Na koniec Autor udowadnia normalizację dla S4 i S5 ze zdefiniowanymi oddzielnie koniecznością i możliwością, a także dla S4 i S5 z wybranymi niestandardowymi modalnościami.

Rozdział trzeci "Systemy dowodowe dla wybranych logik wielowartościowych" proponuje jednolite podejście do korespondencyjnego konstruowania wybranych wielowartościowych systemów dedukcji naturalnej oraz jednolite podejście do dowodzenia dla nich normalizacji. Jak w poprzednich przypadkach, właściwe rozważania Autor poprzedza krótkim przeglądem historii powstania i wykorzystania analizy korespondencyjnej w konstrukcji systemów dowodowych dla logik wielowartościowych, a także warunków spełnienia twierdzenia o normalizacji w tych systemach. Ta historyczna prezentacja jest odpowiednio zilustrowana odniesieniami do literatury przedmiotu. Rozważania głównej części rozdziału dotyczą następujących logik trójwartościowych: logik typu 1, a więc silnej logiki Kleene'a K_3, logiki Heytinga G_3, ich fragmentów negacyjnych oraz rozszerzeń ich fragmentów negacyjnych o spójniki n-argumentowe; logik typy 2, czyli logiki paradoksu LP, dualnej logiki Heytinga DG_3, ich fragmentów negacyjnych oraz rozszerzeń tych fragmentów o spójniki n-argumentowe. Negacyjne fragmenty logik zawierają jedną z trzech trójwartościowych negacji: Łukasiewicza $\neg_L$, Heytinga $\neg_H$ i Bochvara. $\neg_B$. Wszystkie logiki typu 1, tj. logiki z jedną wartością wyróżnioną, okazują się być parazupełne, podczas gdy wszystkie logiki typu 2, tj. logiki z dwiema wartościami wyróżnionymi, są parakonsystentne. Metoda analizy korespondencji jest zatem wykorzystywana do konstruowania naturalnych systemów dedukcyjnych dla negacyjnych fragmentów LP, DG3, K3, G3, jak również dla rozszerzeń tych fragmentów negacji o spójniki *n*-argumentowe. Dla wszystkich tych systemów Autor zunifikował metodę konstrukcji. Udowodnił też twierdzenie o pełności a na koniec podał twierdzenia o normalizacji dla negacyjnych fragmentów LP, DG_3, K_3, G_3 i ich rozszerzeń o *n*-argumentowe spójniki. Pokazał również, że dedukcje w postaci normalnej w wiadomych negacyjnych fragmentach i ich rozszerzeniach mają własność podformuł z ich negacjami. Obie klasy twierdzeń wraz z kilkoma innymi twierdzeniami i wnioskami są poprzedzone skrupulatną prezentacją procedur redukcji, zwłaszcza w przypadku LP i DG_3. W części rozdziału poświęconej fragmentowi negacyjnemu LP rozszerzonemu o operatory *n*-argumentowe Autor przeskakuje z przypadku 4 do przypadku 7. Nie jest to nigdzie wyjaśnione. Można przypuszczać, że w pracy napisanej z taką precyzją i skrupulatnością jest ku temu powód. Nie należy jednak skazywać czytelnika na zgadywanie. W przypadkach rozpatrywanych po LP i DG_3 mamy do czynienia z prostymi wersjami poznanych już procedur.

Otrzymane znormalizowane systemy dedukcji naturalnej są następnie wykorzystywane do konstruowania właściwych dla nich rachunków sekwentowych. W tym celu reguły dedukcji naturalnej są przekształcane w ich wersje sekwentowe. Na koniec Autor przedstawia konstruktywny dowód dopuszczalności cięcia dla wszystkich otrzymanych rachunków sekwentowych. Ostatni paragraf, kończąca rozdział trzeci, może być postrzegana jako dodatek zarówno do rozdziału trzeciego, jak i do pracy Omori i Wansinga [141]. Istotnie, w paragrafie tym Autor rozważa zastosowanie wcześniej użytej analizy korespondencji do logik trzy- i czterowartościowych ze wszystkimi możliwymi wariantami ich negacji, zaczerpniętymi z pracy Omori i Wansinga. Dla logik typu K_3, gdzie 1/2 nie jest wartością wyróżnioną, istnieją cztery negacje. Dla logik typu LP, gdzie 1/2 jest wartością wyróżnioną, istnieją również cztery negacje. Dla czterowartościowych logik Belnapa-Dunna typu FDE (First Degree Entailment) istnieje szesnaście różnych negacji. W przypadku logik typu FDE wartości wyróżnione to "prawda" oraz "zarówno prawda, jak i fałsz", niewyróżnione to "ani prawda, ani fałsz" oraz "fałsz". Podobnie jak w przypadku wcześniej rozważanych logik trójwartościowych, Autor stosuje odpowiednią analizę do negacyjnych fragmentów wszystkich tych (24) logik, a także do ich rozszerzeń o operatory *n*-argumentowe. Adaptacja analizy korespondencji dla negacyjnych fragmentów i ich rozszerzeń trójwartościowych logik Omori-Wansiga typu K_3 i LP jest natychmiastowa - oparta na twierdzeniach wcześniej udowodnionych w rozprawie. W związku z tym zachodzi dla nich twierdzenie o pełności, a także normalizacja. Następnie Autor podaje rachunki sekwentowe z dopuszczalnością cięcia dla wszystkich tych systemów. W przypadku logik typu FDE, użycie analizy korespondencji jest poprzedzone konstrukcją odpowiednich rachunków sekwentowych. Procedura ta umożliwia skorzystanie z wyników Kooi i Tamminagi [97]. Ich logiki można łatwo uogólnić na brakujące piętnaście logik czterowartościowych. Wszystkie logiki spośród szesnastu logik są przekształcane w systemy dedukcji naturalnej, dla których zachodzi twierdzenie o normalizacji.

Rozdział czwarty "Proof systems for selected many-valued modal logics", zgodnie z tytułem, poświęcony jest systemom łączącym wielowartościowość z modalnościami. Pomysł konstruowania wielowartościowych logik modalnych nie jest nowy. Jej początki sięgają samego Łukasiewicza [116]. Nie jest on jednak tak intensywnie rozwijany jak logiki modalne czy wielowartościowe. "Krótka" historia badań nad wielowartościowymi logikami modalnymi wraz ze wskazaniem literatury przedmiotu stanowi część otwierającą rozdział. Modalnościami, o które zostanie rozszerzona logika wielowartościowa, są standardowa konieczność i możliwość oraz wcześniej rozważane modalności niestandardowe: nieprzypadkowość i przypadkowość; istotowa i przypadłościowa prawda; istotowy i przypadłościowy fałsz; parakonsystentne i parazupełne negacje. Dla nich wszystkich Autor podaje charakterystyki semantyczne odrębne dla prawdy i fałszu. Rachunki hipersekwentowe dla modalnych wersji już rozważanych logik trój- i czterowartościowych są uzyskiwane z rachunków hipersekwentowych dla dwuwartościowych logik modalnych poprzez zastąpienie klasycznych reguł regułami hipersekwentowymi dla, odpowiednio, trójwartościowych logik typu K_3 i LP (tj. ich negacyjnych fragmentów i wiadomych rozszerzeń tychże fragmentów) oraz czterowartościowych logik typu FDE (tj. ich negacyjnych fragmentów i wiadomych rozszerzeń tychże fragmentów) wraz z dodaniem reguł dla zanegowanych modalności. Zgodnie z oczekiwaniami, systemy te mają własność dopuszczalności cięcia i własność podformuł z ich negacjami. Podobnie, zagnieżdżone (nested) rachunki sekwentowe dla tych samych modalnych logik wielowartościowych są otrzymywane z zagnieżdżonych rachunków sekwencyjnych dla dwuwartościowych logik modalnych poprzez zastąpienie klasycznych reguł zagnieżdżonymi regułami sekwentowymi dla negacyjnych fragmentów i wiadomych rozszerzeń tych fragmentów trójwartościowych logik K_3 i LP oraz negacyjnych fragmentów i wiadomych rozszerzeń tych fragmentów czterowartościowych logik FDE, wraz z dodaniem reguł dla zanegowanych modalności. Systemy te mają również własność dopuszczalności cięcia i własność podformuł z ich negacjami. Autor zdefiniował również dedukcję naturalną dla modalnych logik wielowartościowych w stylu S5. Wszystkie otrzymane systemy spełniają twierdzenie o normalizacji i mają własność podformuł z ich negacjami. Rozprawę zamyka paragraf poświęcony systemom dowodowym dla modalnych logik wielokratowych. Właściwe rozważania Autor poprzedza prezentacją wybranych logik wielowartościowych, w tym logiki ML_n zdefiniowanej przez Shramko. MML_n, logika skonstruowana przez Kamide i Shramko [92], która jest ML_n rozszerzoną o modalności typu S4, jest głównym, choć nie jedynym, przedmiotem zainteresowania Autora w tej końcowej części rozprawy. Autor rozważa głównie MML_n^{S5}, tj. MML_n z modalnościami typu S5, ale analizuje również MML_n^{S4}, czyli MML_n z modalnościami typu S4 ze wzajemnie definiującymi się koniecznością i możliwością. Właściwe rozważania poprzedzone są przypomnieniem definicji niektórych pojęć z teorii krat. Po tym przypomnieniu, Autor przedstawia rachunek hipersekwentowy dla MML_n^{S5} ze wszystkimi niestandardowymi modalnościami, które rozważał w poprzednich rozdziałach, wraz z semantyką Kripkego dla tego rachunku. Następnie, dla MML_n^{S5}, jak również dla dowolnego rozszerzenia MML_n^{S5} o niestandardowe modalności, a także z modalnościami standardowymi zastąpionymi modalnościami niestandardowymi, Autor prezentuje silne twierdzenia o pełności, dopuszczalność cięcia, własność podformuł z ich negacjami i konstruktywną eliminację cięcia. Dalej, wypracowane podejście do MML_n^{S5} zostaje powtórzone dla innych modalnych logik wielokratowych: MML_n^{K} i jej zwrotnych, serialnych, przechodnich i symetrycznych rozszerzeń. Ostatnia część tego rozdziału przedstawia systemy dedukcji naturalnej dla modalnych logik wielokratowych MML_n^{S5} z koniecznością lub możliwością oraz dla MML_n^{S4} tylko z koniecznością. Twierdzenie o pełności zachodzi dla nich ze standardowo zdefiniowaną dedukcją. Naturalnie, zostają też dowiedzione twierdzenie o normalizacji i własność podformuł z ich negacjami.

Wnioski końcowe

Yaroslav Petrukhin opublikował samodzielnie dziesięć artykułów i jest współautorem siedmiu (w tym jeden złożony) w następujących cenionych czasopismach: Bulletin of the Section of Logic, Logic and Logical Philosophy, Journal of Logic and Computation, Journal of Applied Non-Classical Logics, European Journal of Mathematics, Logica Universalis, Logique et Analyse, Journal of Logic, Language, and Information, The Australasian Journal of Logic, The Review of Symbolic Logic. Fakt ten ma swoje konsekwencje w jakości rozprawy. Jest ona pracą wartościową ale też i obszerną, swoją objętością wykraczającą poza standardy przyjęte dla tego typu tekstów. Stwierdzenie, że praca liczy 163 strony jest mylące. Trudno wyobrazić sobie stronę zawierającą więcej tekstu. Nie dziwi więc fakt, że rozprawa zawiera ogromną liczbę wyników istotnych zwłaszcza dla systemów modalnych, także multimodalnych z niestandardowymi modalnościami. Jest samodzielnym dziełem Autora w tym sensie, że zawiera wyłącznie samodzielne wyniki, a te współautorskie nie są przepisywane z artykułów, a jedynie cytowane lub komentowane. Wszystkie wyniki osiągnięte wspólnie z innymi autorami są skrupulatnie zaznaczone w tekście odpowiednimi cytatami.

Charakterystyczne dla rozprawy jest to, że choć prezentuje ona często żmudne, szczególnie skomplikowane konstrukcje i dowody, to napisana jest w sposób jasny i precyzyjny, co czyni ją stosunkowo łatwą w lekturze, o ile słowo "łatwa" w ogóle może mieć tu zastosowanie. Tak więc, oprócz wartości merytorycznej rozprawy, jasność i logika narracji jest jej kolejną mocną stroną. Mój jedyny zarzut dotyczy tego, że rozprawa wydaje się mieć zbyt techniczny charakter. Zdaję sobie jednak sprawę, że utrzymanie właściwych proporcji między czysto technicznymi fragmentami i filozoficznymi komentarzami w tego typu pracach jest chyba odwiecznym problemem.

Recenzowana praca z nawiązką spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim. Z pełnym przekonaniem wnoszę o dopuszczenie Pana Yaroslava Petrukhina do dalszej części postępowania w sprawie nadania stopnia doktora.

Pozycje z Bibliografii wykorzystane w recenzji:

[92] Kamide, N., Shramko, Y. "Modal Multilattice Logic", *Logica Universalis* 11, 3 (2017): 317–343.

[97] Kooi, B., Tamminga, A. "Two-sided Sequent Calculi for FDE-like Four-valued Logics", *Journal of Philosophical Logic* (2022): Online first paper.

[116] Łukasiewicz, J., "A system of modal logic", *Journal of Computing Systems* 1 (1953): 111–149.

[141] Omori, H. and H. Wansing, "Varieties of negation and contra-classicality in view of Dunn

semantics", in *Relevance Logics and other Tools for Reasoning. Essays in Honour of Michael Dunn*, ed. by Katalin Bimb´o, Publisher: College Publications, p. 309-337, 2022.